FÍSICA I

AULA 01: GRANDEZAS FÍSICAS; SISTEMAS DE UNIDADES; VETORES

TÓPICO 05: SOMA E SUBTRAÇÃO DE VETORES

O carro quebrou. E agora? Vai ser preciso empurrá-lo e você pede ajuda a várias pessoas. É claro que todos empurram na mesma direção e no mesmo sentido! Estão somando forças com a mesma direção e sentido. Este é apenas um dos muitos exemplos em você vai precisar somar vetores.

Uma grandeza vetorial não pode ser somada apenas somando seus módulos.

Você pode somar dois ou mais vetores usando métodos gráficos, que são representados pela Regra do polígono e Regra do paralelogramo.

REGRA DO POLÍGONO

É utilizada na adição de qualquer quantidade de vetores. A regra é fazer coincidir a extremidade de um vetor (a ponta da seta) com a origem do outro. O vetor soma também chamado vetor resultante, será o vetor que une a origem do primeiro com a extremidade do último, formando assim um polígono.

REGRA DO PARALELOGRAMO

É utilizada para realizar a adição de apenas dois vetores. A regra é posicionar a origem dos dois vetores no mesmo ponto e traçar uma reta paralela a cada um passando pela extremidade do outro. O vetor soma, ou vetor resultante, será o vetor que une a origem dos dois vetores com o cruzamento das duas retas paralelas a cada vetor, formando assim um paralelogramo.

$$\vec{S} = \vec{a} + \vec{b}$$

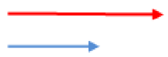
Para determinar o módulo do vetor soma obtido graficamente pelo método do paralelogramo, você deve utilizar a Lei dos Cossenos:

$$|\vec{S}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2 \cos\theta}$$

CASOS PARTICULARES

<u>CASO 1</u>

Dois vetores na mesma direção e sentido.

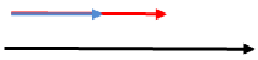


Usando a Regra do Polígono:

$$\left|\vec{S}\right| = \left|\vec{a}\right| + \left|\vec{b}\right|$$

Usando a Regra do Paralelogramo:

$\alpha = 0 \Rightarrow \theta = 180^{o}$

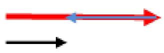


$$\left|\vec{S}\right| = \left|\vec{a}\right| + \left|\vec{b}\right|$$

<u>CASO 2</u>

Dois vetores na mesma direção e sentidos opostos.

Usando a Regra do Polígono:



$$\left|\vec{S}\right| = \left|\vec{a}\right| - \left|\vec{b}\right|$$

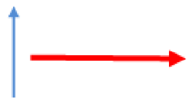
Usando a Regra do Paralelogramo:

$\alpha = 180^{o} \Rightarrow \theta = 0$

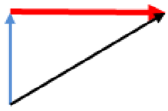
$$\left|\vec{S}\right| = \left|\vec{a}\right| - \left|\vec{b}\right|$$

<u>CASO 3</u>

Dois vetores em direções perpendiculares.

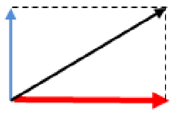


Usando a Regra do Polígono:



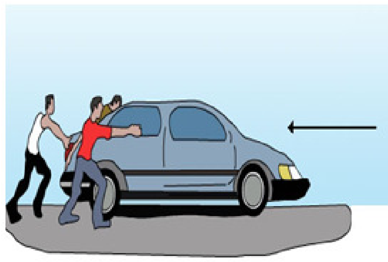
Usando a Regra do Paralelogramo:

$\alpha = 90^o \Rightarrow \theta = 90^o$



$$\left|\vec{S}\right| = \sqrt{\left|\vec{a}\right|^2 + \left|\vec{b}\right|^2}$$

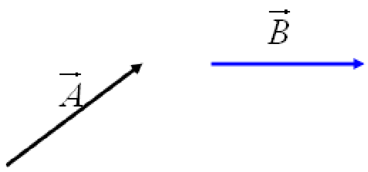
SUBTRAÇÃO DE VETORES



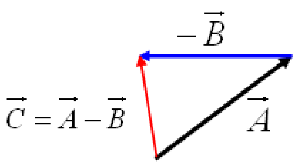
INSTITUTO UNIVERSIDADE VIRTUAL

Imagine que na situação mostrada na figura acima, alguém começasse a empurrar o carro no sentido contrário ao que todos estão empurrando. É claro que assim ficaria mais difícil de resolver o problema, já que a força resultante deve ser calculada levando-se em conta o fato de ter alguém atrapalhando já que está empurrando o carro em sentido contrário.

Vamos considerar dois vetores **A** e **B:**



A subtração dos dois vetores é representada assim:



A subtração, **A – B**, é igual à soma do vetor **A** com um vetor de mesmo módulo, mesma direção, mas de sentido oposto ao do vetor **B.**

Um sinal negativo, associado a um vetor, representa a inversão do sentido deste vetor.

PROPRIEDADES DA SOMA DE VETORES

COMUTATIVA

O resultado da soma independe da ordem dos vetores

A + B = B + A

ASSOCIATIVA

Para todos os vetores **A**, **B** e **C**

A + (B + C) = (A + B) + C

ELEMENTO NEUTRO

Existe um vetor **0 = (0,0)** tal que para todo vetor **A** se tem**:**

0 +A=A

ELEMENTO OPOSTO

Para cada vetor **A**, existe um vetor **– A** tal que**:**

A + (– A) = 0

EXEMPLOS RESOLVIDOS

Para você ir treinando na resolução dos exercícios, comece tentando resolver estes exemplos a seguir. Tente antes de ver a solução do problema.

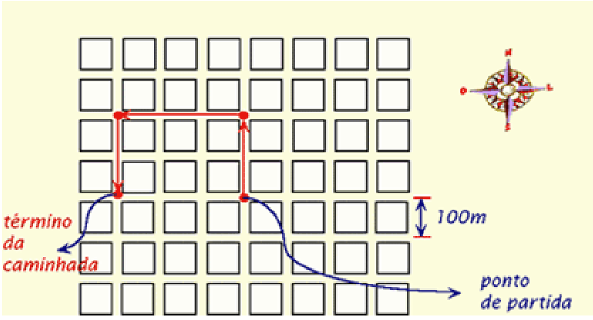
EXEMPLO 01

Uma pessoa resolve dar um passeio pela cidade e faz o seguinte percurso: sai de casa e anda 2 quarteirões para o norte; logo após dobrar à esquerda ela anda mais 3 quarteirões para oeste, virando a seguir, novamente à esquerda e andando mais 2 quarteirões para o sul. Sabendo que um quarteirão mede 100m, determine o vetor deslocamento da pessoa.

SOLUÇÃO DO EXEMPLO 1

Uma pessoa resolve dar um passeio pela cidade e faz o seguinte percurso: sai de casa e anda 2 quarteirões para o norte; logo após dobrar à esquerda, ela anda mais 3 quarteirões para oeste, virando a seguir, novamente à esquerda e andando mais 2 quarteirões para o sul. Sabendo que um quarteirão mede 100m, determine o vetor deslocamento da pessoa.

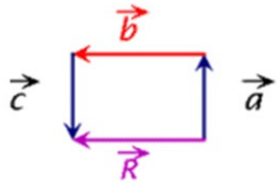
A Figura abaixo mostra o percurso feito pela pessoa:



http://www.ciencia-cultura.com/Pagina_Fis/vestibular00/vestibular_CinematEscalar008.html#inicio

Cada trecho percorrido será representado por um vetor. Usando a Regra do Polígono para somar os vetores, encontramos o vetor soma, ou vetor resultante S, como mostrado na figura abaixo:

Inicialmente, indicaremos cada trecho percorrido por um vetor:



Assim sendo $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ os vetores representam os sucessivos deslocamentos realizados pela pessoa. Ao somarmos os vetores, pelo processo da poligonal, obteremos o vetor deslocamentos $(\vec{R})$. Olhando a figura obtida, ela nos leva a uma importante conclusão:

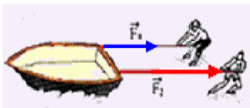
$$\vec{R} = \vec{b} \begin{cases} \text{módulo: } R = 300m \\ \text{sentido: para a esquerda} \\ \text{direção: LESTE - OESTE} \end{cases}$$

De acordo com a escala fornecida no problema (1 quarteirão = 100m), pode-se concluir que o módulo do vetor S vale 300 m e está orientado ao longo da direção Leste-Oeste, com o sentido para o Oeste.

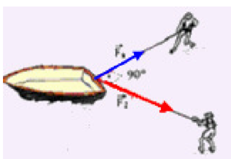
EXEMPLO 02

As figuras abaixo mostram um barco retirado de um rio por dois homens, em duas situações:

em (a) são usadas cordas que transmitem ao barco forças paralelas de módulos F_1 e F_2.



Em (b) são usadas cordas inclinadas de 90º que transmitem ao barco forças de módulos iguais às anteriores.

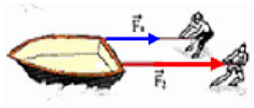


Sabe-se que, no caso (a), a força resultante transmitida ao barco tem intensidade, ou módulo 70 N e que, no caso (b), tem intensidade de 50 N. Nessas condições, determine os esforços desenvolvidos por cada um dos dois homens.

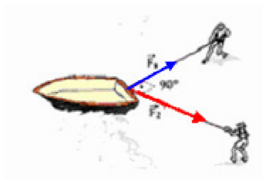
Figuras: (link)

SOLUÇÃO DO EXEMPLO 2

As figuras abaixo mostram um barco retirado de um rio por dois homens, em duas situações: em (a) são usadas cordas que transmitem ao barco forças paralelas de módulos F1 e F2.



Em (b) são usadas cordas inclinadas de 90º que transmitem ao barco forças de módulos iguais às anteriores.



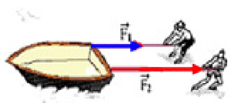
Sabe-se que, no caso (a), a força resultante transmitida ao barco tem intensidade, ou módulo 70 N e que, no caso (b), tem intensidade de 50 N. Nessas condições, determine os esforços desenvolvidos por cada um dos dois homens.

Figuras:

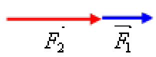
http://www.ciencia-cultura.com/Pagina_Fis/vestibular00/vestibular_CinematEscalar00 [1]

Analisando cada caso:

No caso (a) os vetores são paralelos: estão na mesma direção e sentido.



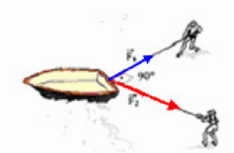
Podemos representar o vetor resultante usando a regra do polígono:



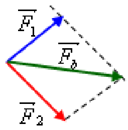
Módulo do vetor resultante é:

$F_a = F_1 + F_2 = 70$ N

No caso (b) os vetores são perpendiculares:



Usando a Regra do Paralelogramo, temos o módulo do vetor resultante:



(2)

$$F_b = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 50\ N$$

O sistema de equações formado pelas equações (1) e (2) pode ser resolvido facilmente:

$$\begin{cases} F_1 + F_2 = 70 \Rightarrow F_1 = 70 - F_2 \\ \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 50 \end{cases}$$

$$F_1^2 + F_2^2 = 50^2$$

$$(70 - F_2)^2 + F_2^2 = 50^2$$

$$2F_2^2 - 140F_2 + 2400 = 0$$

$$A\ solução\ \ da\ \ equação\ \ acima\ \ dá:$$

$$F_2' = 40\ N$$

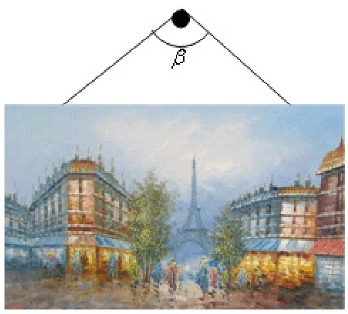
$$F_2'' = 30\ N$$

$$Se\ \ F_2' = 40\ N \Rightarrow F_1 = 30\ N$$

$$Se\ \ F_2'' = 30\ N \Rightarrow F_1 = 40\ N$$

EXEMPLO 03

Dois fios sustentam um quadro como mostrado na figura abaixo. O módulo da força de tração em cada um deles é de $T_1 = T_2 = 20$ N. O ângulo β entre os fios é de 120º. Determine o módulo (ou intensidade) da força resultante sobre o prego fixado na parede que sustenta o quadro.



Fonte [2]

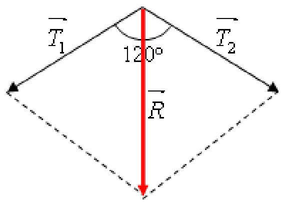
SOLUÇÃO DO EXEMPLO 3

SOLUÇÃO:

$$\overline{T_1} = \overline{T_2} = 20\ N$$

Ângulo entre os dois vetores: β = 120 º

Representando os vetores forças de tração nos fios:



Usando a regra do paralelogramo, determina-se graficamente o vetor resultante. O módulo do vetor **R** é determinado pela Lei dos Cossenos.

$|\vec{R}| = R = \sqrt{|\vec{T_1}|^2 + |\vec{T_2}|^2 - 2|\vec{T_1}||\vec{T}|\cos\theta}$, onde θ = 180 -120. (θ é sempre o ângulo oposto ao
vetor resultante)

$$R = \sqrt{2 \times 20^2 - 2 \times 20^2 \cos\theta}$$
$$R = \sqrt{2 \times 20^2 - 2 \times 20^2 \cos\theta}$$
$$R = \sqrt{400}$$
$$R = 20\,N$$

DICAS

Neste *site* você encontra um *apllet* que mostra a soma de dois vetores pela regra do polígono.

Aqui [3] você encontra uma leitura complementar para aprofundar seus conhecimentos.

Nestesite [4], além uma leitura complementar, você encontra também uma simulação para a soma de vetores, pelas regras do polígono e do paralelogramo.

MULTIMÍDIA

Simule a soma e subtração de vetores acessando o endereço URL:

http://www.phy.ntnu.edu.tw/oldjava/portuguese/miscelanea/vector/ve [5].

Leia as instruções de como manipular o simulador no texto que segue abaixo ao quadro de simulação (*applet*).

FONTES DAS IMAGENS

1. http://www.ciencia-cultura.com/Pagina_Fis/vestibular00/vestibular_CinematEscalar008.html
2. http://www.vdl.ufc.br/solar/aula_link/lfis/A_a_H/fisica_I/aula_01/imagens/05/img14.gif
3. http://www.mspc.eng.br/matm/vetor110.shtml
4. http://www.fisica.ufpb.br/prolicen/Cursos/Curso1/cv12sv.html
5. http://www.phy.ntnu.edu.tw/oldjava/portuguese/miscelanea/vector/vector.htm
6. http://www.denso-wave.com/en/