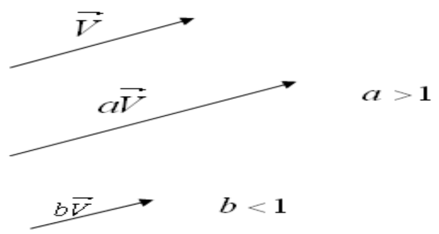
Os vetores podem ser multiplicados de três maneiras. Entretanto o que chamamos de multiplicação de vetores não é, em geral, uma simples multiplicação algébrica.

MULTIPLICAÇÃO DE UM VETOR POR UM ESCALAR

Se um vetor for multiplicado por um escalar, o resultado é um novo vetor, que conserva a mesma direção e sentido anteriores, mas o módulo é alterado pelo valor do escalar.



Multiplicação de um vetor **A** por um escalar a:

a) O módulo do novo vetor é o que resulta da multiplicação do módulo de ***X*** pelo módulo de ***A***.

b) A direção do novo vetor é a mesma do vetor **A**.

c) O sentido é o mesmo de ***A*** se a for positivo; sentido oposto se a for negativo.

PRODUTO DE VETORES

Existem dois modos de se fazer o produto de dois vetores:

PRODUTO ESCALAR

O produto escalar de dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ é representado por $\vec{A} \bullet \vec{B}$ definido como:

$$\boxed{\vec{A} \cdot \vec{B} = \left|\vec{A}\right| \times \left|\vec{B}\right| \times \cos\alpha}$$

onde α é o ângulo entre os dois vetores.

O módulo do produto escalar é o produto dos módulos dos 2 vetores, vezes o cosseno do ângulo entre eles.

O produto escalar pode ser escrito em termos das componentes dos vetores. Considerando os vetores no plano x-y:

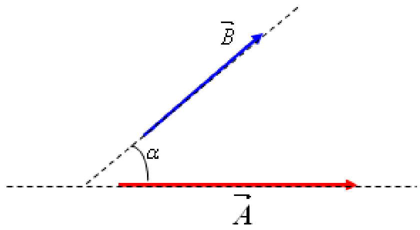
$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j}$$
$$\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j}$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = (A_x\hat{i} + A_y\hat{j})\cdot(B_x\hat{i} + B_y\hat{j})$$
$$A_xB_x\hat{i}\cdot\hat{i} + A_xB_y\hat{i}\cdot\hat{j} + A_yB_x\hat{j}\cdot\hat{i} + A_yB_y\hat{j}\cdot\hat{j}$$

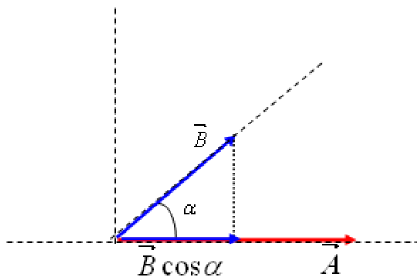
Os vetores unitários $\hat{i}$ e $\hat{j}$, têm módulo igual a 1 e são orientados ao longo dos eixos x e y, respectivamente, então você pode usar a definição do produto escalar entre dois vetores:

$$\hat{i}\cdot\hat{i} = 1\times 1\times \cos 0 = 1$$
$$\hat{i}\cdot\hat{j} = 1\times 1\times \cos 90 = 0$$
$$\hat{j}\cdot\hat{j} = 1\times 1\times \cos 0 = 1$$
$$\boxed{\vec{A}\cdot\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y}$$

INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DO PRODUTO ESCALAR



Você pode decompor o vetor, **B**, por exemplo, ao longo da direção do vetor **A.**



$\vec{B}\cos\alpha$ é a projeção do vetor **B** ao longo da direção do vetor A.

O produto escalar pode ser interpretado geometricamente como o produto do módulo de um dos vetores pelo módulo da projeção do outro vetor ao longo da direção do primeiro.

O resultado do produto do produto escalar é um escalar.

PRODUTO VETORIAL

O produto vetorial de dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ representado por $\vec{A}\times\vec{B}$, é um vetor cujo módulo é definido como:

$$\boxed{\left|\vec{A}\times\vec{B}\right| = \left|\vec{A}\right|\times\left|\vec{B}\right|\times sen\alpha}$$

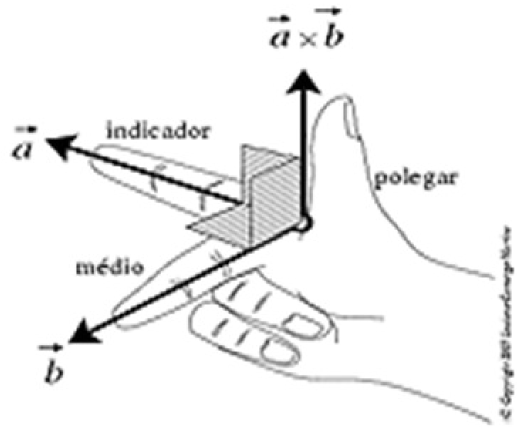
onde α é o menor dos ângulos entra as direções dos dois vetores.

O módulo do produto vetorial é o produto dos módulos dos 2 vetores, vezes o seno do ângulo entre eles.

O produto vetorial também pode ser escrito na forma de um determinante:

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

A direção do vetor resultante do produto vetorial é determinada usando-se a regra da mão direita mostrada na figura abaixo:



Fonte [1]

O resultado do produto do produto vetorial é um vetor e a ordem da multiplicação dos vetores é muito importante.

O produto do produto vetorial não é comutativo, isto é:

$$\vec{a}\,x\,\vec{b} = -\vec{b}\,x\,\vec{a}$$

Para você ir treinando na resolução dos exercícios, comece tentando resolver estes exemplos a seguir. Tente antes de ver a solução do problema.

EXEMPLO 01

Dados os vetores abaixo, faça o produto escalar entre os vetores:

$\vec{a}\cdot\vec{b},\ \ \vec{b}\cdot\vec{c}\ \ e\ \ \vec{a}\cdot\vec{c}$

$\vec{a} = -2{,}5\vec{i} + 3{,}0\vec{j},\ \ \vec{b} = 7{,}3\vec{i} - 2{,}1\vec{j},\ \ \vec{c} = 2{,}0\vec{i} + 3{,}1\vec{j} + 6{,}6\vec{k}$

Solução do Exemplo 1 (Visite a aula online para realizar download deste arquivo.)

Mostre, usando esses vetores, que o produto escalar é comutativo.

EXEMPLO 02

O vetor $\vec{a}$ do EXEMPLO 1 tem somente componentes $\vec{i}$ e $\vec{j}$, ou seja, componentes x e y, ao passo que $\vec{c}$ tem componentes $\vec{i}$, $\vec{j}$ e $\vec{k}$.

Isto significa que $\vec{c}$ é perpendicular a $\vec{a}$? ;

Solução do Exemplo 2 (Visite a aula online para realizar download deste arquivo.)

EXEMPLO 03

Dados os vetores abaixo, faça o produto vetorial entre os vetores:

$$\vec{w} = 3\vec{i} + \vec{j}, \quad \vec{v} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$$

Solução do Exemplo 3 (Visite a aula online para realizar download deste arquivo.)

Mostre, usando esses vetores, que o produto vetorial NÃO é comutativo.

MULTIMÍDIA

Visualize graficamente vetores e suas componentes, assim como suas projeções nos planos cartesianos, na simulação acessado através do endereço URL. [2]

Leia as instruções sobre como manipular a simulação no texto que pode ser lido noLink [3] (Visite a aula online para realizar download deste arquivo.).

Estesite [4] mostra uma simulação interessante da soma de vetores pelo método do paralelogramo.

APLICAÇÕES NO COTIDIANO

Para que você não fique achando que um vetor é apenas uma seta e que não tem nenhuma utilidade prática, veja aqui quantos exemplos de aplicações de vetores você pode encontrar no seu dia-a-dia:

NO CARRO

Quando um carro não pega é necessário empurrá-lo com a ajuda de várias pessoas. Naturalmente todos vão empurrar na mesma direção. Este é um exemplo de soma de forças (vetores) com a mesma direção e sentido.

EM CASA

Quantas vezes precisamos empurrar um móvel relativamente pesado de um lugar para outro, sem a ajuda de outras pessoas. Dificilmente se consegue acertar a direção de uma vez e vamos fazendo um zigue-zague (vetores em várias direções) até chegar à posição final.

NA ESTRADA

Para viajar de uma cidade a outra de carro, ou de ônibus, é necessário seguir por ruas e estradas com orientações variadas até chegar ao destino final.

LEVANTAMENTO OBJETOS

Para duas pessoas carregarem um cesto pesado, elas devem compor forças adequadamente.

NA CONSTRUÇÃO CIVIL

Um bate-estacas é um equipamento utilizado para enterrar estacas, pilares que servirão de bases para construções. Basicamente é um peso muito grande que é levantado através de uma roldana e quando se encontra em uma altura entre dez a quinze metros, é solto. Assim vai afundando um pilar em golpes sucessivos. Cada vez vai aplicando uma força na direção normal.

NO ESPORTE

Em qualquer esporte, direcionar uma bola a um determinado lugar é uma demonstração de composição de vetores. O peso da bola não é desprezível. Em cada instante, a velocidade da bola vai depender da impulsão dada pelo atleta e da velocidade de queda por causa da força peso.

LEITURA COMPLEMENTAR

Sugerimos algumas referências que possam complementar seus conhecimentos. Por exemplo, aprenda sobre *produto vetorial*, operação entre dois vetores que é bastante utilizada no estudo sobre *rotação de corpos rígidos*.

Cursos em *hipertexto:*

- http://www.fisica.ufpb.br/%7Eromero/pdf/01_medicao.pdf [5] (Visite a aula online para realizar download deste arquivo.)
- http://www.fisica.ufpb.br/%7Eromero/pdf/02_vetores_e_escalares.pdf [6] (Visite a aula online para realizar download deste arquivo.)
- http://www.fisica.ufpb.br/prolicen/Cursos/Curso1/cv11int.html [7]
- http://efisica.if.usp.br/mecanica/universitario/vetores/ [8]

Animações/Simulaçõe on-line:

- http://www.fisica.ufpb.br/prolicen/Applets/Applets1/Vetores/Ponto.html [9]
- http://www.fisica.ufpb.br/prolicen/Applets/Applets1/Vetores/SomaVet.html [10]
- http://www.pa.uky.edu/~phy211/VecArith/index.html [11]

ATIVIDADE DE PORTFÓLIO

Agora chegou a hora de você se exercitar.

Segundo Thomas Alva Edison o Gênio é 1% de inspiração e 99% de transpiração.

Então mãos à obra!

Acesse a **LISTA DE EXERCÍCIOS-AULA 1 (VISITE A AULA ONLINE PARA REALIZAR DOWNLOAD DESTE ARQUIVO.)**

Mas lembre-se que os problemas propostos neste portfólio devem ser resolvidos por você. Você deve se esforçar ao máximo para obter a solução dos problemas por seus próprios meios. **ISSO NÃO INVALIDA O ESTUDO EM GRUPO, QUE É UMA COISA MUITO DIFERENTE DE COPIAR A SOLUÇÃO DOS EXERCÍCIOS DO COLEGA.** Aliás, essa não é uma atitude inteligente. Na hora da prova você não poderá contar com essa "facilidade" não é?

FONTES DAS IMAGENS

1. http://www.mundofisico.joinville.udesc.br/imagem.php?idImagem=191
2. http://www.fisica.ufc.br/afranio/ejs/_simulations/vecteurs3dcompvues.app/vecteurs3dcompvues.html
3. http://www.fisica.ufc.br/afranio/ensino/disciplinas/EaD/FisicaI/micromacro/_guias/guia_simul_topico4.pdf
4. http://karlosgomes.planetaclix.pt/car/vectores.html
5. http://www.fisica.ufpb.br/%7Eromero/pdf/01_medicao.pdf
6. http://www.fisica.ufpb.br/%7Eromero/pdf/02_vetores_e_escalares.pdf
7. http://www.fisica.ufpb.br/prolicen/Cursos/Curso1/cv11int.html
8. http://efisica.if.usp.br/mecanica/universitario/vetores/
9. http://www.fisica.ufpb.br/prolicen/Applets/Applets1/Vetores/Ponto.html
10. http://www.fisica.ufpb.br/prolicen/Applets/Applets1/Vetores/SomaVet.html
11. http://www.pa.uky.edu/%7Ephy211/VecArith/index.html
12. http://www.denso-wave.com/en/