

## FÍSICA IV

### AULA 04: AS EQUAÇÕES DE MAXWELL; ONDAS ELETROMAGNÉTICAS

#### TÓPICO 01: AS EQUAÇÕES DE MAXWELL

##### VERSÃO TEXTUAL

Neste exato momento em que você estuda esta aula, seu celular pode começar a tocar. Você sabia que enquanto fala ao celular, você usa uma aplicação das ondas eletromagnéticas?

As ondas eletromagnéticas são utilizadas em todos os ramos da ciência e graças a Maxwell podemos compreender esse tópico da Física tão importante na nossa vida cotidiana.

##### QUEM FOI MAXWELL?



James Clerk Maxwell [2]

James Clerk Maxwell desenvolveu um conjunto de equações que descrevem os fenômenos eletromagnéticos (elétricos e magnéticos) unindo a eletricidade, o magnetismo e a ótica. Desde quando foram formuladas, há mais de um século, essas equações passaram, com louvor, pelos mais severos testes experimentais e são sem dúvida um dos pilares da Física. Em homenagem a Maxwell elas são chamadas Equações de Maxwell. Maxwell, que é considerado como um dos pais do Eletromagnetismo, tem o mérito de ter reunido a Eletricidade e o Magnetismo que até suas contribuições, eram considerados como dois ramos separados da Física. Maxwell compreendeu, dos trabalhos de Faraday, que o Magnetismo e a Eletricidade, eram na verdade, dois lados da mesma moeda. Podemos dizer que Maxwell promoveu o casamento entre a Eletricidade e o Magnetismo.



##### LEITURA COMPLEMENTAR

Para conhecer essa figura ímpar do Eletromagnetismo, [clique aqui \[3\]](#).

##### NOTA HISTÓRICA

*A descoberta das ondas eletromagnéticas foi, sem dúvida, o mais belo acontecimento da história da Física. O inglês James Clerk Maxwell, (1831 – 1879), percebeu que Faraday tinha sido o primeiro homem a*

*compreender corretamente os fenômenos elétricos e magnéticos. Mas o longo trabalho de Faraday tinha sido exclusivamente experimental. Jamais ele se preocupou em colocar em forma matemática os fenômenos que observava. Maxwell então, se propôs a completar a obra de Faraday, e expor matematicamente os conhecimentos de eletricidade e magnetismo da época.*

*Maxwell reuniu suas conclusões num Tratado de Eletricidade e Magnetismo, publicado em 1873. Esse livro, além de resumir tudo o que se conhecia sobre o assunto, marcou uma época na história da Eletricidade, porque fixou um verdadeiro método de analisar matematicamente os fenômenos elétricos e magnéticos. Desenvolvendo as ideias de Faraday Maxwell, em 1865, concluiu que deveriam existir as ondas eletromagnéticas. E concluiu também que a luz deveria ser uma onda eletromagnética.*

*A conclusão de Maxwell era muito arrojada e, inicialmente suas ideias não foram aceitas, mesmo pelos grandes físicos da época. Tanto que, em 1867, a Academia de Ciências de Berlim ofereceu um prêmio a quem conseguisse demonstrar experimentalmente que as ondas eletromagnéticas existiam.*

*Doze anos mais tarde, em 1879, o físico alemão Heinrich Hertz conseguiu prová-lo, com o oscilador descrito no "Oscilador de Hertz".*

Fonte [4]

## **AS EQUAÇÕES DE MAXWELL**

As equações de Maxwell são um conjunto de quatro equações, todas elas já vistas e estudadas por você, em Física III e agora em Física IV. Veja só:

### **LEI DE GAUSS-COULOMB**

Cargas elétricas exercem forças umas sobre as outras, ou seja, cargas elétricas dão origem a campos elétricos.

### **POLOS MAGNÉTICOS**

Exercem forças uns sobre os outros, mas NÃO existem polos magnéticos isolados, ou seja, não é possível separar os polos de um ímã.

### **LEI DE AMPÈRE**

Uma carga elétrica em movimento gera magnetismo, ou seja, uma carga elétrica em movimento cria um campo magnético.

### **LEI DE FARADAY**

Magnetismo variável gera eletricidade, ou seja, um fluxo magnético variável cria um campo elétrico.

### **A FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DAS EQUAÇÕES DE MAXWELL**

Um dos resultados mais importantes da formulação de Maxwell para o eletromagnetismo é a existência de ondas eletromagnéticas, que são campos elétricos e magnéticos que se propagam no espaço e no tempo.

A contribuição importante de Maxwell, foi a reformulação da Lei de Ampère, que na forma que você estudou na Aula 2, só se aplicaria aos casos de campos uniformes no tempo.

Não fique pensando que Maxwell apenas fez uma pequena modificação no trabalho de outro cientista. Toda a Teoria Eletromagnética pode ser sintetizada nestas quatro equações, que de tão básicas, são consideradas as mais importantes de toda a história da humanidade.

A aplicação dessa teoria tornou possível o desenvolvimento de equipamentos eletro-eletrônicos, linhas de transmissão (energia conduzida ou irradiada), e outros inúmeros desenvolvimentos tecnológicos. As Equações de Maxwell descrevem o comportamento dos campos elétrico e magnético, bem como suas interações com a matéria.

### I – LEI DE GAUSS DA ELETROSTÁTICA:

$$\oint_{\text{superfície}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Se você puder associar a carga elétrica  $q$ , envolvida pela superfície gaussiana, com uma densidade volumétrica de carga, você terá:

$$\rho = \frac{dq}{dV} \Rightarrow dq = \rho dV \therefore q = \int_{\text{volume}} \rho dV$$

Assim a Lei de Gauss será escrita como:

$$\oint_{\text{superfície}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_{\text{volume}} \rho dV$$

### II – LEI DE GAUSS DA MAGNETOSTÁTICA

Você se lembra da Aula 1, quando aprendeu que não pode separar os polos de um ímã? A formulação matemática dessa lei da natureza é:

$$\oint_{\text{superfície}} \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

### III – LEI DE FARADAY

Na Aula 3, você estudou a Lei de Faraday: A variação do fluxo magnético, dá origem a uma força eletromotriz induzida, o que proporciona o surgimento de uma corrente induzida.

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

A fem, pode ser escrita em termos do campo elétrico não eletrostático e o fluxo, em termos do campo de indução magnética, como você já viu.

$$\mathcal{E} = \oint_{\text{contorno}} \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

$$\Phi = \int_{\text{superfície}} \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Assim a Lei de Faraday pode ser re-escrita como:

$$\oint_{\text{contorno}} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \int_{\text{superfície}} \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

#### IV – LEI DE AMPÈRE-MAXWELL

A Lei de Ampère você aprendeu na Aula 2, Tópico 3. **APROVEITE AGORA E ESTUDE MAIS UM POUQUINHO ESSE ASSUNTO.**

A Lei de Ampère que você viu é esta:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 i$$

A corrente  $i$  pode ser escrita em termos da densidade de corrente  $J$ , conforme você já aprendeu em Física III. **APROVEITE AGORA E FAÇA UMA REVISÃO DESSE ASSUNTO.**

$$J = \frac{di}{dA} \Rightarrow i = \int_{\text{superfície}} \vec{J} \cdot d\vec{A}$$

Com isso a Lei de Ampère que você conhece fica assim:

$$\oint_{\text{contorno}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \int_{\text{superfície}} \vec{J} \cdot d\vec{A}$$

Maxwell descobriu que esta expressão para a Lei de Ampère só estava correta para os casos em que o campo magnético não variava no tempo. A sua grande contribuição foi inserir na Lei de Ampère um termo que a torna completamente geral, valendo tanto para os casos estáticos, quanto dinâmicos.

A Lei de Ampère-Maxwell, envolvendo o termo acrescentado por Maxwell, é esta:

$$\oint_{\text{contorno}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \int_{\text{superfície}} \vec{J} \cdot d\vec{A} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left( \int_{\text{superfície}} \vec{E} \cdot d\vec{A} \right)$$

As Equações de Maxwell são mostradas na tabela abaixo:

As equações de Maxwell na forma integral		
$\int_{\text{superfície}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_{\text{volume}} \rho dV$	Lei de Gauss da eletrostática	Cargas elétricas dão origem a campos elétricos.
$\int_{\text{superfície}} \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$	Lei de Gauss da magnetostática	Polos de uma imã não podem ser separados.
$\oint_{\text{contorno}} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = - \frac{\partial}{\partial t} \left( \int_{\text{superfície}} \vec{B} \cdot d\vec{A} \right)$	Lei de Faraday	Campos magnéticos variáveis no tempo dão origem a

campos  
elétricos.

$$\oint_{\text{contorno}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \int_{\text{superfície}} \vec{J} \cdot d\vec{A} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left( \int_{\text{superfície}} \vec{E} \cdot d\vec{A} \right)$$

Lei de Ampère-  
Maxwell

Campos  
elétricos  
variáveis no  
tempo dão  
origem a  
campos  
magnéticos.

### FONTES DAS IMAGENS

1. <http://www.adobe.com/go/getflashplayer>
2. [http://img1.wikia.nocookie.net/\\_\\_cb20090911034325/science/el/images/thumb/b/b3/Physicists-Maxwell-goog.gif/500px-Physicists-Maxwell-goog.gif](http://img1.wikia.nocookie.net/__cb20090911034325/science/el/images/thumb/b/b3/Physicists-Maxwell-goog.gif/500px-Physicists-Maxwell-goog.gif)
3. [http://pt.wikipedia.org/wiki/James\\_Clerk\\_Maxwell](http://pt.wikipedia.org/wiki/James_Clerk_Maxwell)
4. [http://efisica.if.usp.br/eletricidade/basico/ondas/nota\\_historica/](http://efisica.if.usp.br/eletricidade/basico/ondas/nota_historica/)
5. <http://www.denso-wave.com/en/>

